

BAB IV. GEOMETRI: MANFAAT, PEMBELAJARAN DAN KESULITAN BELAJARNYA

Bambang Eko Susilo¹ dan Hery Sutarto²

^{1,2}Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA, Universitas
Negeri Semarang

¹bambang.mat@mail.unnes.ac.id, ²hery.mat@mail.unnes.ac.id

DOI: <https://doi.org/10.1529/kp.v1i6.136>

ABSTRAK

Pendidikan yang diselenggarakan mengupayakan pengembangan keterampilan siswa sebagai modal utama menghadapi abad ke-21. Beberapa keterampilan tersebut termasuk 5C yang terdiri dari *critical thinking, connections, collaboration, creativity, dan communication*. Proses pengembangan keterampilan 5C siswa dapat mengalami hambatan yang disebabkan oleh kesulitan belajar yang dialami siswa dalam pembelajaran. Kesulitan belajar tersebut akan menemui dua kemungkinan, yaitu kesulitan belajar teratasi atau kesulitan belajar tidak teratasi sehingga mengakibatkan kesalahan dalam pemecahan masalah dan menimbulkan dampak negatif lainnya, seperti kecemasan atau rasa tidak percaya diri. Berbagai jenis kesulitan belajar juga dialami dalam pembelajaran geometri, baik dari jenjang sekolah dasar sampai dengan perguruan tinggi. Analisis manfaat, pembelajaran dan berbagai jenis kesulitan belajar geometri menjadi modal penting bagi mahasiswa calon guru, guru maupun dosen dalam mempersiapkan perencanaan pembelajaran untuk memilih strategi yang tepat sehingga tujuan pembelajaran dan pengembangan keterampilan matematis siswa dicapai dengan baik.

Kata kunci: Geometri, Belajar, Pendidikan

PENDAHULUAN

Pendidikan merupakan amanah konstitusi yang telah dirumuskan para pendiri bangsa Indonesia. Amanah tersebut

secara eksplisit tercantum dalam pembukaan UUD tahun 1945 yaitu mencerdaskan kehidupan bangsa. Negara telah memfasilitasi amanah pendidikan tersebut dalam berbagai wujud diantaranya menyusun peraturan perundangan, kurikulum, pendanaan, sarana prasarana, sampai dengan pengembangan kualitas pendidikannya. Seiring perkembangan zaman di abad ke-21 ini, tantangan pendidikan semakin ketat dengan persaingan global. Pengembangan keterampilan abad ke-21 menjadi acuan tujuan pembelajaran dalam pelaksanaan pendidikan yang harus dicapai para peserta didik sebagai modal utama menghadapi abad ke-21 yang dibutuhkan di era revolusi industri 4.0 dan society 5.0. Diantara keterampilan abad ke-21 tersebut termasuk 5C yang terdiri dari *critical thinking, connections, collaboration, creativity, dan communication*.

Keterampilan 5C menjadi aspek penting yang harus dikembangkan dalam pembelajaran di semua jenjang pendidikan, baik dari jenjang sekolah dasar sampai dengan perguruan tinggi. Di perguruan tinggi, keterampilan 5C mendukung keterampilan belajar dan inovasi mahasiswa untuk menempuh pendidikan jenjang berikutnya maupun sebagai tenaga kerja. Mengembangkan keterampilan 5C di perguruan tinggi bagi mahasiswa calon guru memiliki dampak pada peran mereka dalam mengembangkan keterampilan 5C siswa kelak. Pengalaman belajar keterampilan 5C mahasiswa calon guru di perguruan tinggi dapat mempengaruhi cara mereka mengembangkan keterampilan 5C siswa di masa depan. Jika ada kendala atau hambatan dalam pengembangan keterampilan 5C mahasiswa calon guru di perguruan tinggi, hal ini dapat memengaruhi strategi pembelajaran yang mereka gunakan untuk mengembangkan keterampilan 5C siswa kelak. Oleh karena itu, keterampilan 5C mahasiswa calon guru menjadi kunci penting dalam pengembangan keterampilan 5C siswa dalam jangka panjang, dan perlu dikembangkan melalui strategi pembelajaran yang tepat di perguruan tinggi.

Proses pengembangan keterampilan 5C siswa dapat mengalami hambatan yang disebabkan oleh kesulitan belajar yang dialami siswa dalam pembelajaran, tidak terkecuali dalam

pembelajaran matematika. Kesulitan belajar tersebut akan menemui dua kemungkinan, yaitu kesulitan belajar teratasi atau kesulitan belajar tidak teratasi sehingga mengakibatkan kesalahan dalam pemecahan masalah dan menimbulkan dampak negatif lainnya, seperti kecemasan atau rasa tidak percaya diri. Berbagai jenis kesulitan belajar juga dialami dalam pembelajaran geometri, baik dari jenjang sekolah dasar sampai dengan perguruan tinggi. Dalam artikel ini dibahas terkait manfaat, pembelajaran dan berbagai jenis kesulitan belajar geometri yang dapat menjadi modal penting bagi mahasiswa calon guru, guru maupun dosen dalam mempersiapkan perencanaan pembelajaran untuk memilih strategi yang tepat sehingga tujuan pembelajaran seperti pengembangan keterampilan 5C maupun pengembangan keterampilan matematis siswa yang lain dapat dicapai dengan baik.

GEOMETRI, MANFAAT, DAN PEMBELAJARANNYA

1. Geometri dan Sejarah Singkatnya

Geometri adalah salah satu cabang dari ilmu matematika dan termasuk kategori ilmu tertua. Ilmu geometri bermakna pengukuran tentang bumi dan mempelajari hubungan di dalam ruang. Menurut Suhito (2018), kata "geometri" berasal dari bahasa Yunani (*Greek*; *geo* = bumi, *metria* = ukuran), yang berarti "ukuran bumi" dan mencakup segala sesuatu yang ada di bumi. Ilmu geometri telah dipelajari sejak zaman peradaban Mesir Kuno, masyarakat Lembah Sungai Indus, dan Babilonia. Pada awalnya, geometri kuno bersifat empiris dan praktis, digunakan untuk pengukuran pertanian di Babylonia dan Mesir. Peradaban kuno ini dikenal karena keahlian mereka dalam drainase rawa, pengendalian banjir, irigasi, dan pembangunan bangunan besar. Pada masa Mesir Kuno dan Babilonia, ilmu geometri hanya terbatas pada perhitungan panjang segmen garis, luas, dan volume. Pada abad ke-3 SM, seorang matematikawan bernama Euclid (325-265 SM) dari Alexandria, Mesir mengembangkan geometri dalam sistem aksioma sehingga dikenal sebagai Geometri Euclid. Karyanya yang fenomenal adalah buku *The Elements* yang sampai zaman modern ini masih mewarnai pembelajaran geometri di

sekolah dasar sampai dengan perguruan tinggi. Beberapa tokoh penting yang berperan dalam perkembangan geometri antara lain: Thales (640-546 SM), Pythagoras (582-507 SM), Eudoxus (408-355 SM), Euclid (325-265 SM), Archimedes (287-212 SM), dan Al Khawarizmi (780-850).

Pada tahap selanjutnya, geometri menjadi sebuah disiplin ilmu yang mempelajari tentang relasi antara titik, garis, sudut, bidang, dan bangun ruang. Seiring dengan berjalannya waktu, geometri mengalami perkembangan dan menjadi ilmu pengetahuan yang disusun secara logis dan menarik. Geometri selanjutnya berkembang sebagai suatu kegiatan untuk menghitung ukuran panjang ruas garis, luas bidang, dan volume bangun ruang. Objek-objek geometri seperti titik, garis, sinar garis, sudut, ruas garis/segmen, segitiga, jajar genjang, lingkaran, parabola, elips, prisma, kubus, tabung, bola, limas, paraboloida, hiperboloida, elipsoida, dan objek geometri lainnya merupakan objek pikiran yang bersifat abstrak. Objek-objek geometri ini dapat diidentifikasi tergantung pada dimensi ruang yang digunakan, apakah berada di ruang berdimensi satu, dua, tiga, atau bahkan n . Selain itu dalam geometri terdapat pengertian pangkal, diantaranya yaitu titik, definisi- definisi yang lain dalam geometri bisa dikembangkan dari titik. Objek-objek geometri abstrak yang telah disebutkan sebelumnya kemudian dipilih dengan mempertimbangkan tingkat berpikir siswa sebagai bagian dari materi pembelajaran geometri.

Pembelajaran geometri di Indonesia pada kurikulum yang berlaku, secara umum mengenalkan Geometri Euclid pada tingkat sekolah dasar sampai dengan perguruan tinggi. Secara khusus di perguruan tinggi selain Geometri Euclid diberikan juga Geometri Non Euclid. Geometri Euclid yang diberikan secara umum terbagi dalam beberapa mata kuliah, diantaranya adalah Geometri Dasar atau Geometri Bidang, Geometri Ruang, Geometri Analitik, dan Geometri Transformasi. Setelah mata kuliah Geometri Euclid tuntas, diberikan Geometri Non Euclid. Sebagaimana Geometri Euclid yang dikembangkan tokoh-tokohnya, Geometri Non Euclid juga banyak dikembangkan tokoh-tokoh. Beberapa tokoh yang mengembangkan Geometri Non Euclid atau Geometri selain

Geometri Euclid adalah Proclus dari Aleksandria (410–485), Gerolamo Saccheri dari Italia (1607–1733), Leonhard Euler dari Jerman (1707–1793), Legendre (1752–1833), Karl Friedrich Gauss dari Jerman (1777–1855), Wolfgang (Farkas) Bolyai dari Hongaria (1775–1856) dan anaknya Yanos Bolyai (1802–1860), Nicolai Ivanovitch Lobachevsky (1793–1856), G.F.B Bernhard Riemann dari Jerman (1826–1866), Arthur Cayley (1821–1895) dari Inggris, Jean Victor Poncelet (1788–1867) dari Perancis, dan R. G. Christian von Staudt (1798–1867). Ada juga tokoh lain seperti Helge Von Koch dari Swedia (1870–1942), David Hilbert dari Jerman (1862–1943), Waclaw Sierpinski dari Polandia (1882–1969), dan Benoit B. Mandelbrot (1924–2010).

Berikut ini adalah rangkuman dari perkembangan geometri dalam sejarah yang merupakan salah satu cabang matematika yang telah berkembang selama ribuan tahun.

- a. Geometri Mesir Kuno (sekitar 3000 SM): Geometri Mesir Kuno dikembangkan untuk keperluan praktis seperti mengukur lahan pertanian, membangun piramida, dan menggambar peta. Mereka menggunakan pengetahuan geometri untuk menghitung luas dan volume, dan juga untuk membuat bangunan dengan proporsi yang indah.
- b. Geometri Yunani Kuno (sekitar abad ke-6 SM hingga abad ke-3 SM): Geometri Yunani Kuno dianggap sebagai tonggak sejarah bagi pengembangan geometri modern. Banyak konsep dan teorema geometri yang masih digunakan hingga saat ini berasal dari para filsuf Yunani, seperti Pythagoras, Euclid, dan Archimedes. Euclid terkenal dengan karya monumentalnya "Elements", sebuah buku yang membahas geometri dengan cara yang terorganisir dan logis.
- c. Geometri Islam (sekitar abad ke-9 hingga abad ke-15): Pada masa kejayaan kebudayaan Islam, para ilmuwan Muslim seperti Al-Khwarizmi, Al-Haytham, dan Ibn al-Haytham mengembangkan konsep-konsep geometri yang lebih maju. Mereka memperkenalkan kertas kartografi untuk membuat peta, dan juga memperkenalkan trigonometri, sebuah bidang studi yang sangat penting dalam geometri.

- d. Geometri Renaissance (sekitar abad ke-14 hingga abad ke-17): Pada zaman Renaissance, geometri berkembang pesat di Eropa. Leonardo da Vinci, seorang seniman dan ilmuwan Renaissance terkenal, menggunakan geometri dalam karya seninya dan penelitiannya di bidang ilmu pengetahuan. Selain itu, Galileo Galilei juga menggunakan geometri dalam penemuan dan teori fisiknya.
- e. Geometri modern (abad ke-17 hingga sekarang): Geometri modern berkembang pesat pada abad ke-17, ketika René Descartes memperkenalkan koordinat kartesius, yang memungkinkan representasi visual dari objek geometri dalam bidang matematika. Kemudian, geometri non-Euclidean, seperti geometri hiperbolik dan eliptik, diperkenalkan pada abad ke-19 dan 20.

Demikianlah rangkuman singkat dari perkembangan geometri dalam sejarah. Pengembangan geometri terus berlanjut dan berkembang hingga saat ini, dengan aplikasi yang luas di berbagai bidang seperti fisika, teknik, dan ilmu komputer.

2. Manfaat Mempelajari Geometri

Menurut Brumfiel (1960), ada setidaknya empat alasan mengapa belajar geometri penting. Pertama, geometri dapat mengembangkan ketelitian logika seseorang, sehingga individu tersebut dituntut untuk teliti dan cermat. Alasan kedua, geometri diajarkan untuk mendukung aplikasi praktis dalam ilmu lain. Alasan ketiga, mempelajari geometri memberikan pemahaman tentang keindahan bentuk di sekitar kita. Alasan keempat, geometri dapat membantu seseorang memahami dan mengembangkan pemikiran ilmiah.

Abdussakir (2009) sejalan dengan pendapat Brumfiel, mengatakan bahwa geometri mengkombinasikan representasi abstrak dari pengalaman visual dan spasial seperti bidang, pola, pengukuran, dan pemetaan. Dalam konteks matematika, geometri menyediakan metode-metode untuk menyelesaikan masalah melalui penggunaan gambar, diagram, sistem koordinat, vektor, dan transformasi.

Menurut Budiarto dan Rudianto (2019), geometri dapat membantu seseorang untuk memberikan apresiasi terhadap dunia karena geometri dapat ditemukan pada berbagai fenomena alam dan manusia, seperti sistem tata surya, geologi, batuan, tumbuhan, bunga, seni, arsitektur, dan teknologi. Geometri memiliki keterkaitan dengan konsep matematika lainnya, diantaranya adalah pengukuran dan pecahan. Geometri juga memiliki beragam aplikasi dalam kehidupan sehari-hari, seperti dalam ilmu kedokteran untuk mengetahui letak organ dalam tubuh, dalam mendesain rumah, menata taman, dan mengatur ruangan.

Manfaat lain dari mempelajari geometri diantaranya adalah sebagai berikut.

- a. Memperluas keterampilan pemecahan masalah: Geometri membantu seseorang untuk memecahkan masalah dengan memahami bentuk dan ruang (Pedoe, 2013; Alexander, & Koeberlein, 2014).
- b. Mengembangkan keterampilan spasial: Geometri membantu seseorang untuk memvisualisasikan bentuk dan hubungan antara objek dalam ruang (Davis & Stephens, 2015).
- c. Meningkatkan keterampilan matematika: Geometri memperkenalkan seseorang pada konsep-konsep matematika seperti koordinat, jarak, dan sudut (Selby, 1975; Hartshorne, 2013).
- d. Menumbuhkan pemikiran analitis: Geometri melibatkan analisis dan pemahaman konsep-konsep abstrak (Coxeter, 1961).
- e. Mengembangkan keterampilan visual: Geometri melibatkan representasi visual dari bentuk-bentuk dan hubungan-hubungan mereka dalam ruang (Carter, 2021; Berlinghoff & Gouvêa, 2021).
- f. Membantu dalam kehidupan sehari-hari: Geometri digunakan di banyak bidang dalam kehidupan sehari-hari, dari pengukuran dalam konstruksi hingga perhitungan dalam keuangan (Portnoy, 2018).

Sejarah menunjukkan bahwa geometri telah digunakan secara luas di berbagai bidang yang sangat vital, seperti dalam

kegiatan survei tanah, pembangunan jembatan, arsitektur, pembangunan stasiun luar angkasa, dan banyak lagi.

3. Pembelajaran Geometri

Budiarto (2011) menjelaskan bahwa ada dua pendekatan untuk mengajarkan geometri, yakni pendekatan global dan pendekatan unsur. Pendekatan global adalah ketika siswa diperkenalkan dengan model dunia nyata, lalu diperkenalkan dengan unsur-unsur yang membentuk bangun tersebut seperti kubus, bidang sisi, rusuk, dan titik sudut. Sedangkan pendekatan unsur dimulai dengan mempelajari titik, garis, bangun datar, dan bangun ruang. Pendekatan global sering disebut sebagai geometri informal, di mana siswa diberi kesempatan untuk mengeksplorasi, merasakan, menyusun, dan memisahkan bangun-bangun geometri melalui aktivitas seperti pengkonstruksian, visualisasi, perbandingan, transformasi, dan pengklasifikasian. Siswa dapat mengeksplorasi sejumlah bangun dan tampilannya, atau bahkan sifat-sifat dan hubungan-hubungan di antara sifat-sifat bangun tersebut.

Geometri informal mempunyai esensi eksplorasi, yang mana biasanya melibatkan kegiatan. Oleh karena itu, dalam pengajaran geometri di sekolah, haruslah diarahkan pada eksplorasi dan aplikasi konsep serta hubungan-hubungan di antara sifat-sifat geometri. Dalam pembelajaran geometri, diharapkan siswa dapat memvisualisasikan, menggambar, dan membandingkan bangun-bangun geometri dalam posisi yang berbeda sehingga mereka dapat memahaminya dengan baik.

Budiarto (2011) menyarankan bahwa dalam pembelajaran geometri, penting untuk menekankan pada sifat-sifat bangun geometri, hubungan antara sifat-sifat tersebut, pengembangan kemampuan spasial, dan penerapan pemecahan masalah geometri di dunia nyata. Kemampuan spasial adalah kemampuan seseorang untuk mengenal dan membedakan rangsangan visual yang berkaitan dengan ruang, dan untuk memahami rangsangan tersebut dibutuhkan pengalaman sebelumnya. Kemampuan spasial dan kognitif dalam geometri saling terkait, dan meningkatkan

kemampuan spasial juga akan meningkatkan kemampuan kognitif dalam geometri.

Suhito (2018) menyatakan bahwa pembelajaran geometri terdiri dari komponen-komponen yang saling berinteraksi secara harmonis untuk mencapai kompetensi yang tercantum dalam kurikulum. Salah satu komponen tersebut adalah materi geometri yang mencakup konsep-konsep geometri yang abstrak. Untuk memahami konsep-konsep tersebut, diperlukan penggunaan media/alat peraga, termasuk media gambar. Dalam pembelajaran, siswa perlu memahami karakteristik yang terkandung dalam contoh-contoh konsep, bukan hanya menangkap kesamaan karakteristik pada gambar geometri yang diberikan. Dengan demikian, penerapan strategi heuristik pada pembelajaran konsep menjadi penting untuk memberikan kesempatan pada siswa untuk membandingkan kategori-kategori atau kelompok-kelompok yang memiliki ciri-ciri yang terkait dengan konsep dengan kategori-kategori atau kelompok-kelompok yang tidak memiliki ciri-ciri yang terkait dengan konsep tersebut.

Terdapat beberapa cara yang dapat digunakan dalam membelajarkan geometri, diantaranya adalah sebagai berikut.

- a. Menggunakan manipulatif. Salah satu cara yang efektif untuk mengajarkan geometri adalah dengan menggunakan manipulatif, seperti balok, bola, dan kerucut, yang dapat membantu siswa memvisualisasikan konsep-konsep geometri. Manipulatif dapat membantu siswa membangun pemahaman yang lebih baik tentang bentuk dan hubungan geometris (Clements & Sarama, 2009).
- b. Menggunakan model dan gambar. Menggunakan model dan gambar juga dapat membantu siswa memvisualisasikan konsep-konsep geometri. Model dan gambar dapat membantu siswa membangun pemahaman tentang bentuk dan hubungan geometris tanpa harus menghadapi objek fisik (Chappell & Thompson, 2013).
- c. Menerapkan pemecahan masalah. Menerapkan pemecahan masalah dapat membantu siswa menerapkan konsep-konsep geometri dalam konteks dunia nyata. Ini dapat membantu siswa

memahami bagaimana konsep-konsep geometri dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari (Bass, 2017).

- d. Menggunakan teknologi. Menggunakan teknologi, seperti perangkat lunak geometri dinamis, dapat membantu siswa memvisualisasikan konsep-konsep geometri dan mempercepat proses belajar. Teknologi juga dapat membantu siswa mengembangkan keterampilan teknologi yang sangat penting di dunia modern (NCTM, 2020).

Dalam membelajarkan geometri, penting untuk memperhatikan kebutuhan dan karakteristik siswa. Metode yang efektif untuk satu kelompok siswa mungkin tidak efektif untuk kelompok siswa lainnya. Oleh karena itu, sebagai guru, perlu memilih metode yang sesuai dengan kebutuhan dan karakteristik siswa.

Berikut ini adalah beberapa contoh pemilihan metode, tips, dan strategi dalam membelajarkan geometri secara efektif. Dengan menerapkan contoh metode, strategi, dan tips ini, diharapkan siswa akan lebih mudah memahami konsep geometri dan mengembangkan keterampilan geometri yang lebih baik.

- a. Memulai dengan konsep dasar: Siswa perlu memahami konsep dasar seperti bentuk, ukuran, dan pola sebelum mempelajari konsep geometri yang lebih kompleks. Pada awal pembelajaran, berikan pengenalan tentang bentuk geometris dasar seperti segi empat, segitiga, dan lingkaran.
- b. Menggunakan visualisasi dan model: Geometri adalah subjek yang sangat visual. Gunakan model geometri seperti bangun ruang, bola, kubus, dan kerucut untuk membantu siswa memvisualisasikan konsep yang diajarkan. Selain itu, gunakan juga gambar, diagram, dan video untuk memperjelas konsep.
- c. Menggunakan teknologi: Teknologi seperti program komputer dan aplikasi geometri dapat membantu siswa memahami konsep geometri dengan lebih mudah. Beberapa program seperti GeoGebra dan Desmos menyediakan simulasi dan model interaktif untuk memvisualisasikan konsep geometri.
- d. Memberikan masalah nyata: Siswa perlu melihat bagaimana geometri digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Berikan

- masalah nyata seperti mengukur luas tanah, menghitung volume kolam renang, dan membuat model bangunan untuk membantu siswa memahami konsep geometri secara praktis.
- e. Memberikan kesempatan untuk berkolaborasi: Kolaborasi dengan teman sekelas dapat membantu siswa memecahkan masalah geometri dengan lebih efektif. Diskusikan konsep geometri bersama dan bekerja pada masalah geometri bersama-sama.
 - f. Memberikan umpan balik: Siswa perlu umpan balik tentang kinerja mereka. Berikan umpan balik positif tentang keberhasilan mereka dan koreksi tentang kesalahan mereka. Hal ini dapat membantu siswa memperbaiki kinerja mereka dan meningkatkan pemahaman tentang konsep geometri.
 - g. mengajarkan dengan pendekatan yang menyenangkan: Geometri bisa menjadi subjek yang menarik jika diajarkan dengan pendekatan yang menyenangkan. Gunakan game, pertandingan, dan tantangan yang menyenangkan untuk membantu siswa memahami konsep geometri dengan lebih mudah dan menyenangkan.

Pembelajaran geometri pada setiap jenjang pendidikan dapat berbeda-beda sesuai dengan kemampuan kognitif siswa. Berikut adalah beberapa contoh strategi pembelajaran geometri yang dapat diterapkan pada berbagai jenjang pendidikan.

- a. Sekolah Dasar: pada jenjang ini, siswa perlu dikenalkan dengan konsep dasar geometri seperti bentuk, ukuran, dan pola. Kegiatan pembelajaran yang dapat diterapkan adalah pengenalan bentuk 2D dan 3D melalui pengamatan dan identifikasi objek di sekitar mereka. Selain itu, pengenalan simetri, perbandingan ukuran, dan pengukuran sederhana juga dapat dilakukan.
- b. Sekolah Menengah Pertama: pada jenjang ini, siswa perlu memahami konsep geometri yang lebih kompleks seperti sudut, garis, bidang, dan bangun ruang. Kegiatan pembelajaran yang dapat diterapkan adalah membuat gambar geometri dan menggunakan peralatan geometri seperti penggaris, jangka sorong, dan busur derajat. Siswa juga dapat diajak untuk

memecahkan masalah geometri sederhana dengan menggunakan teorema.

- c. Sekolah Menengah Atas: pada jenjang ini, siswa perlu memahami geometri analitik, trigonometri, dan geometri non-Euclidean. Kegiatan pembelajaran yang dapat diterapkan adalah membuat model matematika dan diagram untuk memvisualisasikan konsep geometri yang lebih abstrak. Selain itu, pengenalan koordinat kartesius, persamaan garis dan bidang, dan konsep vektor juga perlu diberikan.
- d. Pendidikan Tinggi: pada jenjang ini, mahasiswa perlu memahami geometri dalam konteks yang lebih abstrak seperti aljabar geometri, geometri diferensial, dan geometri topologi. Kegiatan pembelajaran yang dapat diterapkan adalah membahas konsep geometri dalam konteks aplikasi ilmiah seperti fisika dan teknik.

Dalam semua jenjang pendidikan, guru juga dapat menggunakan teknologi seperti program komputer dan aplikasi untuk membantu siswa memahami konsep geometri yang lebih abstrak dengan lebih mudah dan efektif.

MASALAH KESULITAN BELAJAR DALAM PEMBELAJARAN GEOMETRI

Geometri mempunyai nilai penting di dalam kehidupan manusia dan juga merupakan tantangan besar dalam pembelajaran, karena siswa dan mahasiswa sering mengalami kesulitan dalam mempelajari materi geometri. Jenis-jenis kesulitan yang timbul tersebut berdampak pada hasil belajar dan juga pada kemampuan-kemampuan matematis yang diharapkan terbentuk seperti berpikir logis, kritis, analitis, kreatif, dan sistematis.

1. Masalah Kesulitan dalam Belajar Geometri

Proses pengembangan keterampilan 5C (*critical thinking, connections, collaboration, creativity, dan communication*) siswa dapat mengalami hambatan yang disebabkan oleh kesulitan belajar yang dialami siswa dalam pembelajaran. Kesulitan belajar tersebut akan menemui dua kemungkinan, yaitu kesulitan belajar teratasi atau kesulitan belajar tidak teratasi sehingga mengakibatkan

kesalahan dalam pemecahan masalah dan menimbulkan dampak negatif lainnya, seperti kecemasan atau rasa tidak percaya diri. Berbagai jenis kesulitan belajar juga dialami dalam pembelajaran geometri, baik dari jenjang sekolah dasar sampai dengan perguruan tinggi.

Wardhani (2020) melalui penelitian meta analisisnya mengungkapkan terdapat beberapa masalah dalam pembelajaran Geometri di sekolah sebagaimana pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1. Analisis Masalah dalam Pembelajaran Geometri

No	Bidang Masalah	Masalah dalam Pembelajaran Geometri
1	Masalah persepsi	- Siswa masih kesulitan dalam membedakan bangun geometri yang bentuk fisiknya hampir serupa, seperti persegi, persegi Panjang, belah ketupat, dan jajar genjang.
2	Masalah penggunaan prinsip, konsep, dan prosedur	- Siswa mengalami kesulitan dalam memahami konsep-konsep geometri seperti kedudukan dua garis yang berpotongan, kedudukan dua garis yang bersilangan, jarak dua titik dengan kondisi jarak titik ke garis atau bidang, jarak titik ke bidang, jarak dua bidang yang bersilangan, jarak dua bidang yang sejajar, serta konsep sudut. - Siswa mengalami kesulitan dalam menganalisis dan melakukan operasi dalam menyelesaikan soal yang berkaitan dengan geometri bidang dan ruang.
3	Miskonsepsi pada proses dan kegiatan visual	- Kesalahan dalam memahami materi geometri contohnya mahasiswa yang menganggap sudut dan persegi panjang sisinya harus selalu datar.

		- Kesalahan dalam memahami struktur bentuk bangun, yang terlihat dari mahasiswa yang salah dalam menentukan tinggi dan alas jajargenjang.
4	Masalah penggunaan deduktif aksiomatik	- Siswa kurang terlatih dalam pembuktian dengan metode deduktif serta belum dapat menerapkan teorema, definisi, dan aksioma untuk menyelesaikan permasalahan pembuktian, dan lemah dalam berlogika.
5	Lemah dalam koneksi dan penalaran geometri	- Siswa memiliki kelemahan dalam menghubungkan antara konsep geometri satu dengan yang lain dan juga sulit mengaitkannya dengan bidang matematika lainnya di luar geometri. Selain itu, kemampuan penalaran siswa juga masih lemah, terlihat dari banyaknya siswa yang tidak mampu menggunakan pengetahuan yang dimilikinya untuk membuktikan suatu permasalahan.

2. Jenis Kesulitan dalam Belajar Geometri

Beberapa masalah dalam pembelajaran Geometri pada Tabel 4.1 di atas memiliki keterkaitan dengan berbagai jenis kesulitan belajar yang terjadi pada siswa di berbagai jenjang. Jenis-jenis kesulitan tersebut antara lain sebagai berikut.

- a. Jenis Kesulitan Belajar Geometri di Sekolah Dasar dan Menengah
 - 1) Siswa mengalami kesulitan dalam menerapkan prinsip, menerapkan konsep, dan menyelesaikan masalah matematika secara verbal (Fauzi & Arisetyawan, 2020).
 - 2) Siswa mengalami kesulitan dalam mengingat dalil atau konsep matematika, membedakan antara simbol dan angka, kesulitan

- menjelaskan apa yang diketahui serta berpikir abstrak (Untari : 2013).
- 3) Siswa mengalami kesulitan dalam melakukan analisis terhadap masalah sifat-sifat bangun datar geometri (Sholihah & Afriansyah, 2017).
 - 4) Siswa mengalami kesulitan dalam menerapkan teorema, definisi, dan aksioma untuk menyelesaikan permasalahan pembuktian (Budiarto *et al.*, 2008).
 - 5) Siswa mengalami kesulitan dalam menghubungkan antara pengetahuan geometri satu dengan yang lain dan juga sulit mengaitkannya dengan bidang matematika lainnya di luar geometri (Budiarto *et al.*, 2009).
 - 6) Siswa mengalami kesulitan dalam membedakan antara dua bangun geometri yang hampir sama bentuk fisiknya, juga belum mampu membedakan antara suatu bangun dengan bangun lain misalnya persegi Panjang, belah ketupat, dan jajargenjang. Mereka juga belum mampu memahami struktur bentuk suatu bangun dengan baik, yang terlihat dari salah dalam menentukan tinggi dan alas jajargenjang (Molinasari *et al.*, 2017).
 - 7) Siswa kesulitan membedakan yang akan dibuktikan dan yang diketahui (Budiarto, 2000)
 - 8) Siswa kesulitan dalam mengaitkan konsep geometri dengan konsep yang lain, dalam menyelesaikan masalah dengan teknik komputasi dan dalam melakukan visualisasi dan representasi matematis (Retnawati *et al.*, 2017; Sari & Roesdiana, 2019).
 - 9) Siswa mengalami kesulitan dalam memahami beberapa konsep geometri seperti kedudukan dua garis yang berpotongan, kedudukan dua garis bersilangan, jarak dua titik dengan kondisi jarak titik ke garis, jarak titik ke bidang, jarak dua bidang sejajar, dan jarak dua bidang bersilangan. Di samping itu siswa juga menghadapi kesulitan pada konsep sudut dengan kondisi sudut antara dua bidang yang berpotongan dan sudut antara garis yang menembus bidang (Roskawati, *et al.*, 2015).

b. Jenis Kesulitan Belajar Geometri di Perguruan Tinggi

- 1) Mahasiswa mengalami kesulitan dalam menuliskan informasi yang telah diketahui dan yang ingin ditanyakan dari suatu permasalahan serta kesulitan dalam memahami konsep-konsep geometri (Budiarto, 2009).
- 2) Mahasiswa mengalami kesulitan dalam memanfaatkan pengetahuan geometri yang diperoleh geometri datar juga di SMA dalam memecahkan masalah di geometri ruang (Budiarto, 2000).
- 3) Mahasiswa PGSD mengalami beberapa jenis kesulitan dalam mempelajari geometri, yaitu: (a) kesulitan dalam melakukan operasi hitung, (b) kesulitan dalam memahami konsep dasar, (c) kesulitan dalam memahami masalah yang terdapat pada soal yang diberikan, dan (d) kurang teliti pada proses memecahkan masalah (Dirgantoro, 2019).
- 4) Mahasiswa mengalami kesulitan dalam memvisualisasikan bangun ruang dan menggambar ilustrasi dari bangun dimensi tiga, sehingga dosen sering kali menggunakan model atau alat peraga konkret untuk membantu mahasiswa memahami konsep geometri dimensi tiga. Selain itu, mahasiswa juga mengalami kesulitan ketika diminta untuk memecahkan masalah geometri yang melibatkan pembuktian (Novita *et al.*, 2018).
- 5) Empat kesulitan yang dihadapi oleh mahasiswa dalam menyelesaikan masalah geometri dapat dijelaskan berdasarkan Taksonomi Bloom beserta solusinya yang mungkin, antara lain sebagai berikut (Yuwono, 2016).
 - (a) Mahasiswa mengalami kesulitan pada tingkat pemahaman, khususnya dalam memahami konsep tinggi dan alas jajargenjang, dan alternatif solusinya adalah dengan menggunakan model penilaian *Assessment for Learning* (AfL) dalam pembelajaran.
 - (b) Mahasiswa mengalami kesulitan pada tingkat penerapan, dalam menerapkan konsep kesebangunan pada bangun datar untuk menyelesaikan masalah secara benar. Salah satu alternatif pemecahannya adalah melalui pembelajaran yang menerapkan model penilaian AfL.

- (c) Mahasiswa mengalami kesulitan pada tingkat analisis, yaitu dalam pembuktian rumus luas segitiga menerapkan pendekatan luas jajargenjang. Diantara strategi untuk menyelesaikan masalah kesulitan tersebut yaitu dengan menerapkan pembelajaran *Process Oriented Guided Inquiry Learning* (POGIL).
 - (d) Mahasiswa menghadapi kesulitan pada tingkat menilai, dimana mereka kesulitan memberikan penilaian yang tepat dan alasan yang logis pada suatu permasalahan. Untuk mengatasi hal ini, salah satu alternatif penyelesaiannya yaitu dengan menggunakan model penilaian *peer-assessment*.
- 6) Mahasiswa kesulitan pada materi hal sejajar, bersilangan, dan tegak lurus (Susilo, 2017). Susilo (2017) menjelaskan bahwa mahasiswa dari semua jenis gaya belajar VAK mengalami kesulitan tersebut. Namun secara khusus, ditemukan kesulitan ketika materi yang diberikan memiliki sedikit visualisasi pada mahasiswa dengan gaya visual (V). Sementara itu, juga ditemukan kesulitan untuk memahami materi yang disampaikan dengan proporsi yang rendah dalam diskusi atau penjelasan kata-kata dan dalam menulis matematika yang dialami oleh mahasiswa dengan gaya auditorial (A). Di sisi lain, juga ditemukan kesulitan untuk membuat dan memahami gambar stereometris pada mahasiswa dengan gaya kinestetik (K) (Susilo, 2017).

Kesulitan siswa dalam belajar geometri di sekolah dasar dan menengah dapat dipengaruhi oleh kesulitan yang dialami oleh kesulitan gurunya pada saat menjadi mahasiswa calon guru di perguruan tinggi. Hal ini nampak pada jenis kesulitan yang kurang lebih atau terdapat kemiripan. Pengetahuan terkait jenis kesulitan ini perlu diketahui oleh mahasiswa calon guru, dosen, maupun guru agar dapat dirumuskan strategi untuk memperoleh solusi masalah kesulitan belajar geometri, karena peran geometri sangat berguna dalam berbagai bidang kehidupan.

Geometri memiliki nilai manfaat yang besar bagi kehidupan manusia dan sekaligus merupakan tantangan yang signifikan dalam proses pembelajaran, khususnya banyaknya kesulitan yang dihadapi mahasiswa. Banyaknya kesulitan yang dihadapi oleh mahasiswa dalam mempelajari geometri dapat berdampak pada hasil belajar serta kemampuan matematis, seperti kemampuan dalam berpikir kritis, kreatif, analitis, logis, sistematis, dan lainnya.

Terdapat lima kategori faktor-faktor penyebab kesulitan belajar yang diungkap oleh Cooney, Davis, dan Henderson (dalam Widdiharto, 2008), kelima faktor tersebut yakni: (1) faktor fisiologis (seperti gangguan pendengaran, gangguan penglihatan, gangguan neurologis, kelelahan, dan lain sebagainya); (2) faktor sosial (termasuk kurangnya perhatian dan kasih sayang, hubungan yang tidak harmonis antara mahasiswa dengan orang tua, kegiatan ekstra kampus, kondisi ekonomi keluarga, dan sejenisnya); (3) faktor emosional (seperti cemas, rasa takut, atau tidak menyukai matematika); (4) faktor intelektual (seperti gaya belajar, IQ, gaya berpikir, kemampuan spasial, kemampuan komputasi, dan lain-lain); dan (5) faktor pedagogis (termasuk kurangnya kecocokan antara dosen dengan strategi, pendekatan, dan metode pembelajaran yang digunakan).

Terkait faktor paedagogis, untuk mengatasi kesulitan belajar mahasiswa, media dan metode pembelajaran yang digunakan dalam perkuliahan sudah semestinya disesuaikan dengan latar belakang dan kondisi mahasiswa. Metode pembelajaran yang beragam disesuaikan dengan kebutuhan dan tujuan pembelajaran yang diinginkan, seperti diskusi, penugasan, latihan, tanya jawab, ceramah, demonstrasi, kooperatif, kolaborasi, dan lainnya. Selain itu, media pembelajaran juga dikembangkan secara variatif dengan penggunaan beberapa software untuk membantu pemahaman dan latihan mahasiswa sehingga kesulitan belajar mereka dapat tereduksi.

Upaya untuk mengembangkan kemampuan matematis dan mengatasi kesulitan belajar, dapat digunakan beberapa strategi pembelajaran ataupun aktivitas belajar berikut ini.

- a. Membaca Materi Secara Teratur: Salah satu cara terbaik untuk memahami geometri adalah dengan membaca materi secara teratur (Coxeter, 1961; Pedoe, 2013; Alexander, & Koeberlein, 2014). Mahasiswa diminta memulai membaca buku geometri dasar, kemudian naikan tingkatnya secara bertahap.
- b. Mencari Sumber Belajar: Sumber belajar untuk geometri tersedia di banyak tempat, mulai dari buku hingga video tutorial online. Diupayakan sumber belajar yang dicari sesuai dengan gaya belajar masing-masing. Beberapa sumber belajar yang dapat diakses secara daring antara lain: Khan Academy (<https://www.khanacademy.org/math/geometry/>); Brilliant.org (<https://brilliant.org/geometry/>); Mathsfun.com (<https://www.mathsfun.com/geometry/index.html>); YouTube (<https://www.youtube.com/>); dan lainnya.
- c. Mencoba Mengerjakan Soal-Soal: Untuk memahami geometri, mahasiswa harus menguasai konsep dan menerapkannya dalam soal-soal. Diberikan soal-soal yang sesuai untuk tingkat kemampuan matematis tertentu mahasiswa dan dikerjakan secara mandiri.
- d. Membuat Sketsa dan Gambar: Membuat sketsa dan gambar dapat membantu mahasiswa memvisualisasikan konsep-konsep geometri dengan lebih baik (Jacobs, 2003).
- e. Menggunakan Alat Bantu Belajar Aplikasi dan Software: Banyak alat bantu belajar geometri yang tersedia, seperti alat peraga, gambar, dan model. Menggunakan aplikasi dan software seperti Geometri Sketchpad dan GeoGebra dapat membantu memvisualisasikan konsep geometri secara interaktif. Penggunaan alat bantu belajar tersebut untuk membantu memvisualisasikan konsep-konsep geometri. Beberapa alat bantu tersebut antara lain: Geometri Sketchpad (<https://www.keycurriculum.com/products/geometers-sketchpad/>); GeoGebra (<https://www.geogebra.org/>); Wolfram Alpha (<https://www.wolframalpha.com/>); dan lainnya.
- f. Membuat Rangkuman Konsep: Membuat rangkuman konsep atau mind map dapat membantu mahasiswa memahami konsep-konsep geometri dengan lebih baik.

- g. Menjelaskan Konsep dengan Bahasa Sendiri: Mencoba untuk menjelaskan konsep geometri dengan bahasa mahasiswa sendiri dapat membantu memperkuat pemahaman mahasiswa terhadap konsep tersebut.
- h. Mencari Contoh Kasus Nyata: Mencari contoh kasus nyata atau aplikasi dari konsep geometri dapat membantu mahasiswa memahami konsep tersebut dengan lebih baik.
- i. Berdiskusi dengan Teman atau Guru/Dosen: Mendiskusikan konsep geometri dengan teman atau guru/dosen untuk mendapatkan pemahaman yang lebih baik. Diskusi juga dapat membantu mahasiswa memperbaiki pemahaman dan menyelesaikan kesulitan dalam pemahaman materi.
- j. Berlatih dengan Konsisten: Belajar geometri membutuhkan waktu dan latihan yang konsisten. mahasiswa diminta mencari waktu belajar yang cukup dan teratur, dan melakukan latihan secara rutin untuk meningkatkan kemampuan mereka.
- k. Mencari Bantuan Tambahan: Jika mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami materi geometri, mahasiswa diminta jangan ragu untuk mencari bantuan tambahan dari teman, guru/dosen ataupun tutor. Mereka dapat membantu menjelaskan konsep yang sulit dipahami.

Pemilihan skenario pembelajaran untuk mengembangkan kemampuan matematis juga ditujukan untuk mengatasi kesulitan belajar, sehingga diperhitungkan terkait jenis dan faktor penyebab kesulitannya. Aktivitas pembelajaran yang dipilih untuk membantu mengurangi kesulitan belajar mahasiswa tersebut, kemudian bisa dikombinasikan dengan kegiatan-kegiatan atau metode-metode untuk mengembangkan kemampuan matematis sehingga kegiatan-kegiatan pengembang kemampuan matematis maupun kegiatan untuk mengatasi kesulitan belajar bisa berjalan seiringan.

Dalam rangka konstruksi kemampuan matematis termasuk 5C yang terdiri dari *critical thinking*, *connections*, *collaboration*, *creativity*, dan *communication*, sebagai salah satu strategi pembelajaran yang dapat dilakukan adalah dengan membuat skenario latihan soal sebagai modal utama dengan menggunakan masalah matematis berupa pertanyaan yang disusun berdasarkan

indikator-indikator keterampilan atau kemampuan matematis yang dituju. Dalam konteks perkuliahan Geometri, mahasiswa akan mempelajari objek-objek geometri, diantaranya titik, sinar garis, garis, sudut, segmen/ruas garis, jajar genjang, lingkaran, segitiga, parabola, elips, tabung, prisma, kubus, bola, limas, paraboloida, hiperboloida, elipsoida, dan objek geometri lainnya, yang akan membantu mereka dalam membangun kemampuan matematis.

Terdapat tiga tahap dalam upaya mengatasi kesulitan belajar untuk konstruksi kemampuan matematis, yaitu (1) mereduksi kesulitan-kesulitan belajarnya, (2) memilih strategi atau skenario pembelajaran yang sesuai dengan jenis maupun faktor yang menyebabkan kesulitannya, serta (3) mengembangkan kemampuan-kemampuan matematisnya. Tahapan tersebut bisa dilakukan dengan dinamis, baik secara bersamaan maupun berurutan. Jika jenis maupun faktor yang menyebabkan kesulitannya telah diketahui sebelum dilaksanakan pembelajarannya, maka tahapan tersebut dapat dilaksanakan secara berurutan. Namun, jika jenis maupun faktor yang menyebabkan kesulitannya baru diketahui pada waktu dilaksanakan pembelajaran, tahapan tersebut harus dilakukan secara simultan atau bersamaan.

Dalam upaya meningkatkan kemampuan matematis mahasiswa, untuk mengelola kelas ini dosen harus memilih strategi pembelajaran yang sesuai dengan capaian pembelajaran/tujuan, materi, serta media pembelajaran. Dosen dapat memilih beberapa strategi pembelajaran, seperti pembelajaran aktif, kooperatif, metode diskusi berpasangan, ataupun memberikan instruksi dan/atau pertanyaan yang dapat membantu mahasiswa dalam melaksanakan kegiatan belajar untuk mengembangkan aspek kemampuan matematis mereka. Diantara pertanyaan dan/atau instruksi yang dapat diberikan kepada mahasiswa adalah meminta mahasiswa memberikan bukti, alasan, tujuan akhir atau implikasi, meminta pendapat lain atau penjelasan lebih lanjut, meminta mahasiswa mencari alternatif solusi masalah, serta meminta mahasiswa mengevaluasi atau menelusuri kesalahan jika jawaban tidak benar (King, 1995; Zhao, Pandian, & Singh, 2016). Langkah

selanjutnya yang harus dilakukan oleh dosen adalah membuat instrumen penilaian yang dirancang untuk membantu mengembangkan aspek kemampuan matematis dengan merancang pertanyaan-pertanyaan atau soal yang tidak terstruktur (*ill-structured*), dapat juga dengan mengembangkan masalah-masalah atau pertanyaan-pertanyaan yang belum pernah ditemukan sebelumnya. Hal ini akan membantu dalam mengembangkan kemampuan matematis mahasiswa secara efektif.

Dalam rangka pengembangan kemampuan matematis mahasiswa, khususnya dalam geometri, dosen harus mempersiapkan strategi atau upaya pada tahap perencanaan, pelaksanaan, dan evaluasi pembelajaran seperti yang telah dijelaskan sebelumnya. Pelaksanaan pembelajaran merupakan tahapan penting karena melibatkan interaksi langsung dengan mahasiswa. Strategi pembelajaran diaplikasikan melalui kegiatan belajar mengajar, arahan, pertanyaan, dan soal/tugas yang mendorong dan mendukung kemajuan kemampuan matematis mahasiswa. Oleh karena itu, penting untuk memperhatikan kemampuan dosen dalam pengelolaan kelas dan menyajikan pertanyaan yang efektif.

Dalam memilih strategi pembelajaran, perlu mempertimbangkan kondisi dan latar belakang mahasiswa, baik dengan metode klasikal, kelompok, berpasangan, maupun individu. Begitu juga dalam memilih soal atau masalah matematika, perlu dipilih dengan selektif dan disesuaikan dengan tingkat kesulitan yang berjenjang, serta menyesuaikan indikator kemampuan matematis yang hendak dikembangkan dan juga kurikulum yang berlaku.

SIMPULAN

Geometri memiliki manfaat yang luas bagi kehidupan manusia, sehingga menjadi ilmu pengetahuan yang penting untuk dikuasai dan diajarkan dalam pembelajaran di sekolah hingga perguruan tinggi. Sebagaimana matematika, melalui pembelajaran geometri diharapkan mampu dikembangkan kemampuan

matematis termasuk 5C yang terdiri dari *critical thinking*, *connections*, *collaboration*, *creativity*, dan *communication*. Geometri dianggap sangat penting dalam kehidupan manusia, tetapi proses pembelajarannya memiliki tantangan besar karena banyak kesulitan yang dihadapi oleh siswa dan mahasiswa, mulai dari tingkat sekolah hingga perguruan tinggi. Jenis kesulitan yang beragam ini dapat mempengaruhi hasil belajar dan kemampuan matematis mereka. Sehingga pengetahuan terkait manfaat sekaligus jenis kesulitan dalam mempelajari Geometri menjadi modal penting bagi mahasiswa calon guru, guru maupun dosen dalam mempersiapkan perencanaan pembelajaran untuk memilih strategi yang tepat sehingga tujuan pembelajaran dan pengembangan keterampilan matematis siswa dicapai dengan baik.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan banyak terima kasih kepada Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat Universitas Negeri Semarang atas dana hibah Penelitian Dasar yang diberikan melalui Daftar Isian Pelaksanaan Anggaran (DIPA) Universitas Negeri Semarang Nomor: SP DIPA-023.17.2.677507/2022, tanggal 17 November 2021 sesuai dengan Surat Perjanjian Pelaksanaan Penelitian Dana DIPA UNNES Tahun 2022 Nomor 104.8.4/UN37/PPK.3.1/2022, tanggal 8 April 2022.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdussakir., 2009. *Pembelajaran Geometri Sesuai Teori Van Hiele*.
- Alexander, D.C., & Koeberlein, G.M., 2014. *Elementary Geometry for College Students*. Cengage Learning.
- Bass, H., 2017. *Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense-making in Mathematics*. Routledge.
- Berlinghoff, W.P., & Gouvêa, F.Q., 2021. *Math Through the Ages: A Gentle History for Teachers and Others Expanded Second Edition*, Vol. 32. American Mathematical Soc.

- Brumfiel., 1960. *Teachers Manual for Geometry*. Addison-Wesley Educational Publishers Inc, U.S.
- Budiarto, M.T., 2000. Pembelajaran Geometri dan Berpikir Geometri. *Prosiding Seminar Nasional Matematika "Peran Matematika Memasuki Milenium III"*, 2. Jurusan Matematika FMIPA ITS Surabaya. Surabaya.
- Budiarto, M.T., Khabibah, S., & Setianingsih, R., 2008. *Membangun Level Abstraksi Siswa SMP dalam Memahami Konsep Geometri*. Penelitian Fundamental Tahun Pertama. Pusat Penelitian Unesa Surabaya.
- Budiarto, M.T., & Sofyana, A., 2011. *Profil Keterampilan Geometri Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Geometri Berdasarkan Level Perkembangan Berpikir*. Van Hiele. Surabaya: Pusat Penelitian IKIP Surabaya.
- Budiarto, M.T., & Artiono, R., 2019. Geometri Dan Permasalahan Dalam Pembelajarannya (Suatu Penelitian Meta Analisis). *JUMADIKA Jurnal Magister Pendidikan Matematika*, 1(1).
- Carter, N., 2021. *Visual Group Theory*, Vol. 32. American Mathematical Soc.
- Chappell, M.F., & Thompson, D.R., 2013. *Teaching Mathematics: A Handbook for Primary and Secondary School Teachers*. Routledge.
- Clements, D.H., & Sarama, J., 2009. *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. Routledge.
- Coxeter, H.S.M., 1961. *Introduction to Geometry*. John Wiley & Sons, New York, London.
- Davis, B., & Stephens, E., 2015. *Spatial Reasoning in the Early Years: Principles, Assertions, and Speculations*. Routledge.
- Dirgantoro, K.P.S., 2019. Analisis Kesulitan Mahasiswa PGSD pada Mata Kuliah Geometri. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)*, 3(1), pp.13-26.
- Fauzi, I., & Arisetyawan, A., 2020. Analisis Kesulitan Belajar Siswa pada Materi Geometri di Sekolah Dasar. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 11(1), pp.27-35.
- Hartshorne, R., 2013. *Geometry: Euclid and Beyond*. Springer Science & Business Media.

- Jacobs, H.R., 2003. *Geometry: Seeing, Doing, Understanding*. Macmillan.
- Molinasari, N., Sujadi, I., & Aryuna, D.R., 2017. Analisis Tingkat Berpikir Siswa Kelas Vii Semester II Smp Negeri 14 Surakarta dalam Memecahkan Masalah Geometri Berdasarkan Teori Van Hiele Pada Pokok Bahasan Bangun Datar Jajargenjang dan Belah Ketupat. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika SOLUSI*, 1(6), pp.8-16.
- National Council of Teachers of Mathematics., 2020. *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Novita, R., Prahmana, R.C.I., Fajri, N., & Putra, M., 2018. Penyebab Kesulitan Belajar Geometri Dimensi Tiga. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 5(1), pp.18-29.
- Pedoe, D., 2013. *Geometry: A Comprehensive Course*. Courier Corporation.
- Portnoy, B., 2018. *The Geometry of Wealth: How to Shape a Life of Money and Meaning*. Harriman House Limited.
- Retnawati, H., Arlinwibowo, J., & Sulistyaningsih, E., 2017. The Students' difficulties in Completing Geometry Items of National Examination. *International Journal on New Trends in Education and Their Implications*, 8(4), pp.3.
- Roskawati, R., Ikhsan, M., & Juandi, D., 2015. Analisis Penguasaan Siswa Sekolah Menengah Atas pada Materi Geometri. *Jurnal Didaktik Matematika*, 2(1).
- Sari, R.M.M., & Roesdiana, L., 2019. Analisis Kesulitan Belajar Siswa SMA pada Pembelajaran Geometri. *AKSIOMA: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 10(2), pp.209-214.
- Selby, P.H., 1975. *Geometry and Trigonometry for Calculus*, Vol. 17. Wiley.
- Sholihah, S.Z., & Afriansyah, E.A., 2017. Analisis Kesulitan Siswa dalam Proses Pemecahan Masalah Geometri Berdasarkan Tahapan Berpikir Van Hiele. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(2), pp.287-298.

- Suhito, S., 2018. Menumbuhkan Kemampuan Kognitif Dimensi Konseptual dalam Perkuliahan Geometri pada Jurusan Matematika FMIPA Unnes. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 1, pp.464-470.
- Susilo, B.E., 2017. Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa Pada Materi Hal Sejajar, Bersilangan, Dan Tegak Lurus Dalam Mata Kuliah Geometri Ruang Ditinjau Dari Gaya Belajar Mahasiswa. *SOSIOHUMANIORA: Jurnal Ilmiah Ilmu Sosial dan Humaniora*, 3(2).
- Untari, E., 2013. Diagnosis Kesulitan Belajar Pokok Bahasan Pecahan pada Siswa Kelas V Sekolah Dasar. *Jurnal Ilmiah STKIP PGRI Ngawi*, 13(1), pp.1-8.
- Widdiharto, R., 2008. *Diagnosis Kesulitan Belajar Matematika SMP dan Alternatif Proses Remidinya*. Yogyakarta: Depdiknas, PPPPTK Yogyakarta.
- Wardhani, I.S., 2020. Geometri dan Permasalahannya dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah (Suatu Penelitian Meta Analisis). *Prosiding SI MaNIs (Seminar Nasional Integrasi Matematika dan Nilai-Nilai Islami)*, 3(1), pp.124-129.
- Yuwono, M.R., 2016. Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Geometri Berdasarkan Taksonomi Bloom dan Alternatif Pemecahannya. *Beta: Jurnal Tadris Matematika*, 9(2), pp.111-133.